

Syntéza zvuku pre počítačové grafiku

Peter Hmíra

Zvuk spôsobuje oscilácie tlaku v prostredí, ktoré ľudské ucho počuje v pásme 20 - 20 000 Hz. Poslucháč zvuk zaregistruje, keď vlna je rozptýlená geometriou od miesta vzniku až k nemu.

Zvuk:

V praxi berieme zdroj ako jeden bod a propagáciu ako rovinnú vlnu.

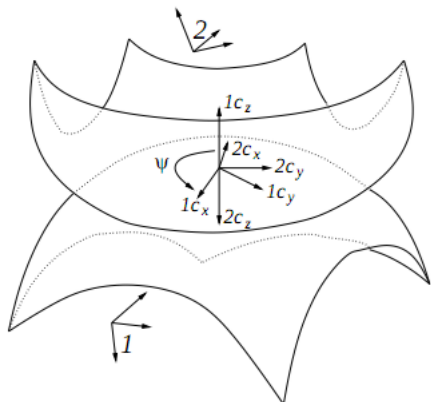
Nyquist-Shannon teorém:

Hovorí o tom, že rekonštrukcia *spojitého* a *frekvenčne obmedzeného* signálu (platí pre zvuk) je možná len vtedy, ak bol vzorkovaný frekvenciou aspoň dvakrát vyššiou ako je maximálna frekvencia rekonštruovaného signálu.

V praxi je vzorkovanie pravidelné, medzi vzorkami je konštantný časový úsek, zvolí sa podľa *Nyquist-Shannon teorému*. Syntéza využíva najčastejšie vzorky z vopred nahratých samplov (hudobné nástroje, efekty zosilňovačov).

- Výhody vopred nahratých samplov: Nízke nároky na výkon, jednoduchší systém.
- Nevýhody: Vysoké nároky na pamäť, malá možnosť ďalších úprav.

Zvuky Kontaktov medzi objektami:



Obr. 1: Zdroj: University of British Columbia

notlivé frekvenčné zložky. A je matica $N \times K$, kde jeden jej prvok a_{nk} udáva amplitúdu pre jeden mod z N a jeden z rôznych K bodov.

Modelová odozva pre impulz v bode k je daná predpisom:

$$y_k(t) = \sum_{n=1}^N a_{nk} e^{d_n t} \sin(2\pi f_n t)$$

pre $t \geq 0$. Pre $t < 0$ je celý výraz 0.

Určenie modálneho modelu

- *"hand and hear"*: Manuálne pomocou tzv. modálnych editorov. Pre realistický dojem ich získavame z experimentálne ako je znázornené na Obrázku 2.
- *Analyticky*: Vybráčia objektu je popísaná funkciou $\mu(x, t)$ ktorá nám hovorí aká je odchylka od rovnovážneho stavu na nejakej ploche S , ktorá definuje povrch telesa. Pre μ platí:

$$\left(A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mu(x, t) = F(x, t)$$

Kde A je sám-sebe-adjungovaný diferenciálny operátor s hraničnými podmienkami ∂S a c je konštanta, ktorá udáva rýchlosť pohybu zvuku v materiáli.

Najčastejší zdroj zvuku je interakcia materiálu. Jeho celkový zvuk závisí od

- *Tvaru a materiálu oboch telies*
- *Miesta kontaktu*
- *Impulzu sily úderu*

Počas interakcií ako trenie, stret telies alebo valivý pohyb, pôsobia na jednotlivé styčné body na povrchu sily, ktoré spôsobujú vybrácie celého povrchu telesa kde sa zrodí zvuková vlna.

Modálny rezonančný model:

$\mathcal{M} = \{f, d, A\}$ je modálny rezonančný model, ktorý pozostáva z vektoru f veľkosti N , ktorého prvky sú frekvencie daného modelu, vektoru d , takisto veľkosti N obsahuje tlmiace faktory pre jednotlivé



Obr. 2: Zdroj: University of British Columbia (1)

Príklad:

Majme obdĺžnikovú membránu $[0 - L_x, 0 - L_y]$ a predpokladajme, že je pravidelne napnutá. Pre tento prípad operátor A bude

$$A = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Krajné podmienky sú, že $\mu(x, y, t)$ je naviazaná na hranicu membrány, resp. membrána je pripnutá na obdĺžnikový rám.

Zoberieme počiatkové podmienky:

$$\mu(x, 0) = y_0(x)$$

hovorí nám, že povrch je na počiatku v konfigurácii $y_0(x)$

$$\frac{\partial \mu(x, 0)}{\partial t} = v_0(x)$$

kde $v_0(x)$ je počiatková rýchlosť povrchu.

Odtiaľto, riešenie rovnice (1) je

$$\mu(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin(w_n ct) + b_n \cos(w_n ct)) \Psi_n(x) \quad (2)$$

kde a_n a b_n sú parametre s \mathbb{R} určené počiatkovými podmienkami. Hodnoty w_n závisia od vlastných čísel A za vhodných hraničných podmienok (viď nižšie) a funkcie $\Psi_n(x)$ korešpondujú s vlastnými číslami. Odtiaľ máme:

$$(A - w_n^2) \Psi_n(x) = 0 \quad (3)$$

Spektrum operátora A je diskrétné a jeho vlastné funkcie sú ortogonálne. Ich norma bude

$$\alpha_n = \int_s \Psi_n^2(x) dV$$

- Modelovaním predmetu a modálnou analýzou: Pre každé teleso zostavíme tzv. deformačný model. Objem telesa je obmedzený na konečný počet uzlov, ktorých správanie vieme popísať rovnicou

$$\mathcal{K}(d) + \mathcal{C}(d, \dot{d}) + \mathcal{M}(\ddot{d}) = f \quad (4)$$

kde d je vektor posunutia uzlov a bodka nad nimi značí ich deriváciu podľa času, \mathcal{K} , \mathcal{C} , \mathcal{M} sú matice tuhosti, tlmenia a hmotnosti. Matice \mathcal{K} a \mathcal{C} sú matice ktoré popisujú interné sily a nakoniec f je funkcia ktorá popisuje ostatné (*externé*) sily.

Vo všeobecnosti, rovnica (4) je nelineárna, ale za predpokladu, že sú posuny dost' malé, môžeme "zlinearizovať" rovnicu do tvaru:

$$\mathcal{K}d + \mathcal{C}\dot{d} + \mathcal{M}\ddot{d} = f \quad (5)$$

Pre fyzikálny model pevných telies, všetky matice sú reálne a symetrické. Navyše, matice \mathcal{K} a \mathcal{C} sú pozitívne semi-definitné a \mathcal{M} je pozitívne definitná (budeme potrebovať neskôr, pri využití na Choleského rozklad). Pomocou Rayleigh damping dokážeme vyjadriť \mathcal{C} :

$$\mathcal{C} = \alpha_1 \mathcal{K} + \alpha_2 \mathcal{M} \quad (6)$$

Odtiaľ dokážeme pomocou (5) a (6) zjednodušiť rovnicu:

$$\mathcal{K}(d + \alpha_1 \dot{d}) + \mathcal{M}(\alpha_2 \dot{d} + \ddot{d}) = f \quad (7)$$

Choleského rozklad: $M = LL^T$, $y = L^T d$

$$L^{-1}KL^{-T}(y + \alpha_1 \dot{y}) + (\alpha_2 \dot{y} + \ddot{y}) = L^{-1}f \quad (8)$$

reálna a symetrická matica $L^{-1}KL^{-T}$ sa dá dekomponovať na

$$L^{-1}KL^{-T} = V\Lambda V^T$$

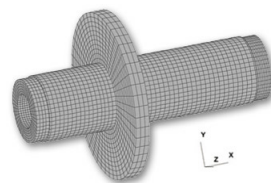
kde V je ortogonálna matica s vlastnými vektormi a Λ je diagonálna matica s vlastnými číslami na diagonále.

Odtiaľ si zvolíme novú premennú $z = V^T y$ a pod dosadením do rovnice (8) a úpravách dostaneme:

$$\Lambda z + (\alpha_1 \Lambda + \alpha_2 I)\dot{z} + \ddot{z} = g \quad (9)$$

kde $g = V^T L^{-1}f$. Odtiaľto sme z pôvodnej sústavy rovnic (7) po diagonalizácií dostali množinu oscilátorov, kde i -ty riadok rovnice (9) je rovnica:

$$\lambda_i z_i + (\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2)\dot{z}_i + \ddot{z}_i = g_i$$



Obr. 3: Zdroj: NASA

Sústavu máme rozloženú na N nezávislých rovníc kde pre i -tu rovnicu je analytické riešenie:

$$z_i = c_1 e^{t\omega_i^+} + c_2 e^{t\omega_i^-}$$

kde c_1 a c_2 sú ľubovoľné konštanty s \mathbb{C} a ω_i je komplexná frekvencia vyjadrená:

$$\omega_i^\pm = \frac{-(\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2) \pm \sqrt{(\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2)^2 - 4\lambda_i}}{2}$$

Absolútna hodnota imaginárnej zložky ω_i je frekvencia ($v \text{ rad/s}$) a reálnej zložky je príspevok tlmenia.

Výpočet:

Má dve fázy *Preprocessing* a *Interactive*, teda predprípravu a samotné generovanie zvuku.

- *Preprocessing*: zostavenie modelu pre scénu, výpočet matíc \mathcal{K} , \mathcal{C} , \mathcal{M} , diagonalizácia a nájdenie frekvencií.
- *Interactive*: získanie údajov z Rigid-body simulátora, výpočet f , g , c_1 , c_2 a samotné generovanie zvuku $z_i = c_1 e^{t\omega_i^+} + c_2 e^{t\omega_i^-}$.

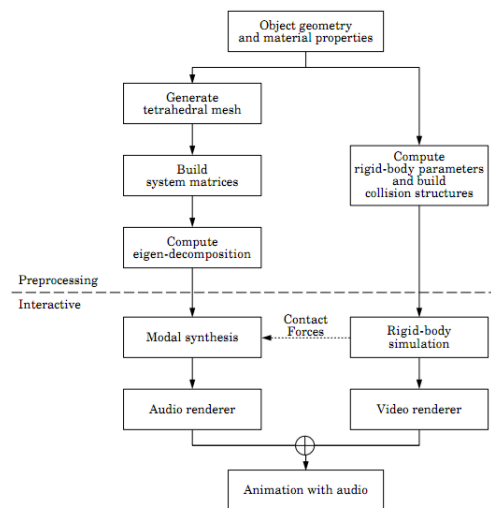
$$c_1 = \frac{2\Delta t g_i}{\omega_i^+ + \omega_i^-} \quad c_2 = \frac{2\Delta t g_i}{\omega_i^- + \omega_i^+}$$

Δt je trvanie pôsobenia vonkajšej sily a po dosadení:

$$z_i = \frac{2\Delta t g_i}{|Im(\omega_i)|} e^{tRe(\omega_i)} \sin(t|Im(\omega_i)|)$$

Urýchlenia:

- Berieme do úvahy len výsledky v intervale $(20 - 20000)Hz$
- Zníženie počtu frekvenčných zložiek
- Vzťah e^{t+s} nahradíme $e^t + e^s$



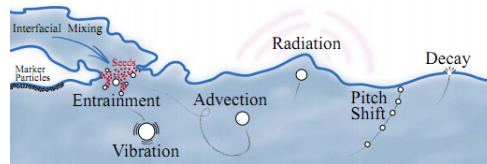
Obr. 4: Zdroj: University of British Columbia

Syntéza zvuku kvapalín:

Príčina zvuku kvapalín:

- viditeľný pohyb hladiny má minimálny až žiadny príspevok.
- malé bubliny vzduchu, ktoré sú vtiahnuté pod hladinu, oscilujú a tým vytvárajú harmonický oscilačný pohyb hladiny.

Vznik bublín: Bubliny vznikajú ako následok pohybu na rozhraní voda/vzduch. V zjednodušenom modeli sa označia častice v blízkosti vodnej hladiny, ktoré pri dostatočnom potopení generujú tzv. "bubble seeds" (na obr. 5 sú zobrazené červeným). Každý seed má svoj čas vzniku a životnosť, na základe ktorých dokážeme určiť potenciál na vytvorenie bubliny. Odtiaľ súčet všetkých potenciálov určuje počet pokusov pre vytvorenie novej bubliny.



Obr. 5: Zdroj: Cornell University

Radius rejection sampling: Pre každú bublinu v jednom kroku náhodne si zvolíme počiatočnú pozíciu. To urobíme pomocou density-based sampling, takže oblasti, kde je dosť veľa "seed-ov" budú mať vysokú pravdepodobnosť vzniku bubliny. Po udaní náhodnej veľkosti a pozície sa potrebujeme vyhnúť vygenerovaniu ne-realisticky veľkej bubliny pre malý priestor. To učiníme tak, že vznik bubliny zamietneme, ak v nej nebude dosť seedov.

$$r_{par}^2 \sum_{x_s \in Bubble} w_s(t) < \tau_{rej} r_o^2$$

Kde s sú lokálne seed-y, w_s je *bubble creation strength*, r_{par} je polomer toku a τ_{rej} obmedzuje veľkosť bublín. Ak bublina spĺňa podmienky, vytvoríme ju, a odstránime seedy príslušné seedy. V opačnom prípade ju zamietneme.

Modelovanie toku bublín: Zvuk radiácie je modelovaný ako superpozícia zvukov jednotlivých bubliniek nezávisle. Algoritmus pracuje v dvoch krokoch.

- výpočet tlaku na hladine z oscilácie bublín
- výpočet tlaku vzduchu z vibrácie hladiny

Pomocou *Hemholtzovej rovnice* a *Greenovej funkcie* dostaneme prechodovú funkciu

$$|P(x_b, x)|q(t)$$

ktorá nám určí ako sa prejaví oscilácia bubliny. x_b je pozícia bubliny, x je pozícia poslucháča a $q(t)$ je oscilátor. Nakoľko rýchlosť šírenia zvuku v kvapaline je výrazne väčšia, geometria kvapaliny sa považuje za statickú.

Referencie:

- CHANGXI ZHENG DOUG L. JAMES:
Harmonic fluids
- K. VAN DEN DOEL AND D. K. PAI:
The sounds of physical shapes
- K. VAN DEN DOEL AND D. K. PAI:
Physically-based sound effects for interactive simulation and animation
- O'BRIEN ET AL.:
Synthesizing sounds from rigid-body simulations